Université A. Assâadi
Faculté des Sciences
Département de Maths.

SMA_SMI
Algèbre S_1
2008_2009

Contrôle n°2 : durée 1h30

Documents, calculatrices et téléphones sont interdits

Exercice 1 : Soit α un réel et soit P_α le polynôme à coefficients réels :

$$P_\alpha(X) = X^6 + (\alpha-1)X^4 - (\alpha+1)X^3 + (1-\alpha)X + \alpha$$

1/ Montrer que 1 est une racine de P_α d'ordre de multiplicité supérieur ou égal à 2.

2/ Montrer que $j = e^{2i\pi/3}$ est une racine de P_α.

3/ En distinguant différents cas suivant les valeurs de α, décomposer P_α en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$.

Exercice 2 : a/ Rappeler la définition des éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$.

b/ Décomposer en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ la fraction rationnelle :

$$F = \frac{X^5 + X^4 + 1}{(X-1)^3 (X+1)^2}.$$

Exercice 3 : Déterminer le module et l'argument des nombres complexes

$$z_1 = e^{e^{i\alpha}}, \ \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad z_2 = e^{i\theta} + e^{2i\theta}, \ \theta \in [0, 2\pi[$$

Exercice 4 : On considère l'ensemble

$$D = \{ x \in \mathbb{R} \ / \ \exists k \in \mathbb{N} : 10^k x \in \mathbb{Z} \}$$

a/ Vérifier que D est un anneau intègre. Est-il un corps ?

T.S.V.

ETUDIUP.com

b/ Rappeler la définition d'un idéal d'un anneau.
c/ Montrer que aD, avec $a \in D$ est un idéal de D.

N.B : la clareté des raisonnements et le soin apporté à la rédaction sont des éléments importants d'appréciation !

ETUSUP.com

ETUSUP.com
Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Mécanique
Droit
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
MTU
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
et encore plus..